



Colle de mathématiques n° 17
MP*1 & MP*2
Semaine du 12 au 17 février 2018

Structures algébriques usuelles

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
e) Anneaux	
Anneau. Produit fini d'anneaux. Sous-anneaux. Morphisme d'anneaux. Image et noyau d'un morphisme. Isomorphisme d'anneaux. Anneau intègre. Corps. Sous-corps.	Les anneaux sont unitaires. Les corps sont commutatifs.
f) Idéaux d'un anneau commutatif	
Idéal d'un anneau commutatif. Le noyau d'un morphisme d'anneaux est un idéal. Relation de divisibilité dans un anneau commutatif intègre. Idéaux de \mathbb{Z} .	Interprétation de la divisibilité en termes d'idéaux.

Variables aléatoires discrètes

Programme précédent plus

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
i) Loi faible des grands nombres	
Si $(X_n)_{n \geq 0}$ est une suite de variables aléatoires deux à deux indépendantes, de même loi et admettant un moment d'ordre 2, alors, si $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ et $m = E(X_1)$, on a, $P\left(\left \frac{S_n}{n} - m\right \geq \varepsilon\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0.$	Les étudiants doivent savoir retrouver, pour $\varepsilon > 0$, l'inégalité : $P\left(\left \frac{S_n}{n} - m\right \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$ où σ est la variance commune des X_k . \Leftrightarrow I : simulation d'une suite de tirages.
j) Fonctions génératrices	
Fonction génératrice de la variable aléatoire X à valeurs dans \mathbb{N} : $G_X(t) = E(t^X) = \sum_{k=0}^{+\infty} P(X = k) t^k.$	La série entière définissant G_X est de rayon supérieur ou égal à 1 et converge normalement sur le disque fermé de centre 0 et de rayon 1. Continuité de G_X .
Détermination de la loi de X par G_X . Utilisation de G_X pour calculer les moments de X .	

CONTENUS

La variable aléatoire X est d'espérance finie si et seulement si G_X est dérivable en 1 ; dans ce cas $E(X) = G_X'(1)$.
La variable aléatoire X admet un second moment si et seulement si G_X est deux fois dérivable en 1.

Fonction génératrice d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes à valeurs dans \mathbb{N} .

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de la variance de X à l'aide de $G_X'(1)$ et $G_X''(1)$.

Les étudiants doivent savoir calculer la fonction génératrice d'une variable aléatoire de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson.