

Colle de Mathématiques n° 7

MP*1 & MP*2

Semaine du 17 au 22 novembre 2008

Matrices (révisions de première année)

Matrices, calcul matriciel, représentation matricielle, changement de base.

d) Trace d'un endomorphisme

Matrices semblables.

Trace d'une matrice carrée, trace d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie.

Le rang d'un projecteur est égal à sa trace.

e) Calcul matriciel et systèmes d'équations linéaires

Définition des matrices équivalentes ; caractérisation de l'équivalence des matrices à l'aide du rang.

Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice ; interprétation en termes de produits matriciels. Application à la recherche du rang d'une matrice, à la résolution des systèmes linéaires, à la recherche de l'inverse d'une matrice carrée, au calcul des déterminants.

Application de la dualité à l'étude d'un système d'équations linéaires $\varphi_i(x) = b_i$.

4- Déterminants (programme de première année)

a) Applications multilinéaires

Définition d'une application n -linéaire, applications n -linéaires symétriques, antisymétriques, alternées.

b) Déterminant de n vecteurs

Formes n -linéaires alternées sur un espace vectoriel de dimension n . Déterminant de n vecteurs dans une base d'un espace vectoriel de dimension n . Caractérisation des bases. La démonstration de l'existence et de l'unicité du déterminant n'est pas exigible des étudiants.

Application à l'expression de la solution d'un système de Cramer (formules de Cramer).

c) Déterminant d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme, du composé de deux endomorphismes ; caractérisation des automorphismes.

d) Déterminant d'une matrice carrée

Déterminant d'une matrice carrée. Déterminant du produit de deux matrices, de la transposée d'une matrice. Développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Matrice des cofacteurs de M . Expression de l'inverse d'une matrice carrée.